七桥问题

**百科名片**

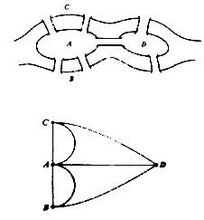
1736年29岁的欧拉向圣彼得堡科学院递交了《哥尼斯堡的七座桥》的论文，在解答问题的同时，开创了数学的一个新的分支-----图论与几何拓扑。也由此展开了数学史上的新进程。问题提出后，很多人对此很感兴趣，纷纷进行试验，但在相当长的时间里，始终未能解决。七桥问题和欧拉定理。欧拉通过对七桥问题的研究，不仅圆满地回答了哥尼斯堡居民提出的问题，而且得到并证明了更为广泛的有关一笔画的三条结论，人们通常称之为“欧拉定理”。

**目录**

[推断方法](http://baike.baidu.com/view/142962.htm" \l "1)

[最终成果](http://baike.baidu.com/view/142962.htm#2)

故事背景

[](http://baike.baidu.com/picview/142962/142962/0/2cb4fefec29095225d60086d.html)

七桥问题

[七桥问题](http://baike.baidu.com/view/142962.htm)Seven Bridges Problem

18世纪著名古典[数学](http://baike.baidu.com/view/1284.htm" \t "_blank)问题之一。在[哥尼斯堡](http://baike.baidu.com/view/142965.htm)的一个公园里，有七座桥将[普雷格尔](http://baike.baidu.com/view/396347.htm)河中两个岛及岛与河岸连接起来(如图)。问是否可能从这四块陆地中任一块出发，恰好通过每座桥一次，再回到起点？欧拉于1736年研究并解决了此问题，他把问题归结为如下右图的“一笔画”问题，证明上述走法是不可能的。

有关[图论](http://baike.baidu.com/view/79350.htm" \t "_blank)研究的热点问题。18世纪初[普鲁士](http://baike.baidu.com/view/64785.htm" \t "_blank)的哥尼斯堡，有一条河穿过，河上有两个小岛，有七座桥把两个岛与河岸联系起来（如左图上）。有个人提出一个问题：一个步行者怎样才能不重复、不遗漏地一次走完七座桥，最后回到出发点后来大数学家欧拉把它转化成一个[几何](http://baike.baidu.com/view/15136.htm" \t "_blank)问题（如左图下）——[一笔画问题](http://baike.baidu.com/view/429465.htm)。他不仅解决了此问题，且给出了连通图可以一笔画的重要条件是**它们是连通的，且奇顶点(通过此点弧的条数是奇数)的个数为0或2.**

[编辑本段](http://baike.baidu.com/view/142962.htm)**推断方法**

当[Euler](http://baike.baidu.com/view/181374.htm" \t "_blank)在1736年访问Konigsberg, Prussia(now Kaliningrad Russia)时，他发现当地的市民正从事一项非常有趣的消遣活动。Konigsberg城中有一条名叫Pregel的河流横经其中，这项有趣的消遣活动是在星期六作一次走过所有七座桥的散步，每座桥只能经过一次而且起点与终点必须是同一地点。

Euler把每一块陆地考虑成一个点，连接两块陆地的桥以线表示。

后来推论出此种走法是不可能的。他的论点是这样的，除了起点以外，每一次当一个人由一座桥进入一块陆地（或点）时，他（或她）同时也由另一座桥离开此点。所以每行经一点时，计算两座桥（或线），从起点离开的线与最后回到始点的线亦计算两座桥，因此每一个陆地与其他陆地连接的桥数必为偶数。

七桥所成之图形中，没有一点含有偶数条数，因此上述的任务无法完成.

欧拉的这个考虑非常重要，也

[](http://baike.baidu.com/picview/142962/142962/0/18d8bc3eb13533fa186bb3b6a8d3fd1f40345b4c.html)

著名数学家欧拉

非常巧妙，它正表明了数学家处理实际问题的独特之处——把一个实际问题抽象成合适的“数学模型”。这种研究方法就是“数学模型方法”。这并不需要运用多么深奥的理论，但想到这一点，却是解决难题的关键。

接下来，欧拉运用图中的一笔画定理为判断准则，很快地就判断出要一次不重复走遍哥尼斯堡的7座桥是不可能的。也就是说，多少年来，人们费脑费力寻找的那种不重复的路线，根本就不存在。一个曾难住了那么多人的问题，竟是这么一个出人意料的答案！

[编辑本段](http://baike.baidu.com/view/142962.htm)**最终成果**

问题提出后，很多人对此很感兴趣，纷纷进行试验，但在相当长的时间里，始终未能解决。而利用普通数学知识，每座桥均走一次，那这七座桥所有的走法一共有5040种，而这么多情况，要一一试验，这将会是很大的工作量。但怎么才能找到成功走过每座桥而不重复的路线呢？因而形成了著名的“哥尼斯堡七桥问题”。

1735年，有几名大学生写信给当时正在[俄罗斯](http://baike.baidu.com/view/2403.htm)的彼得斯堡科学院任职的天才数学家[欧拉](http://baike.baidu.com/view/4645.htm)，请他帮忙解决这一问题。[欧拉](http://baike.baidu.com/view/4645.htm)在亲自观察了哥尼斯堡七桥后，认真思考走法，但始终没能成功，于是他怀疑七桥问题是不是原本就无解呢？

1736年，在经过一年的研究之后，29岁的[欧拉](http://baike.baidu.com/view/4645.htm)提交了《哥尼斯堡七桥》的论文，圆满解决了这一问题，同时开创了数学新一分支---[图论](http://baike.baidu.com/view/79350.htm)。

在论文中，[欧拉](http://baike.baidu.com/view/4645.htm)将七桥问题抽象出来，把每一块陆地考虑成一个点，连接两块陆地的桥以线表示。并由此得到了如图一样的几何图形。 若我们分别用A、B、C、D四个点表示为哥尼斯堡的四个区域。这样著名的“七桥问题”便转化为是否能够用一笔不重复的画出过此七条线的问题了。若可以画出来，则图形中必有终点和起点，并且起点和终点应该是同一点，由于对称性可知由B或C为起点得到的效果是一样的，若假设以A为起点和终点，则必有一离开线和对应的进入线，若我们定义进入A的线的条数为入度，离开线的条数为出度，与A有关的线的条数为A的度，则A的出度和入度是相等的，即A的度应该为偶数。即要使得从A出发有解则A的度数应该为偶数，而实际上A的度数是5为奇数，于是可知从A出发是无解的。同时若从B或D出发，由于B、D的度数分别是3、3，都是奇数，即以之为起点都是无解的。

有上述理由可知，对于所抽象出的数学问题是无解的，即“七桥问题”也是无解的。

**由此我们得到:欧拉回路关系**

由此我们可知要使得一个图形可以一笔画，必须满足如下两个条件：

1. 图形必须是连通的。

2. 途中的“奇点”个数是0或2。

我们也可以依此来检验图形是不是可一笔画出。回头也可以由此来判断“七桥问题”，4个点全是奇点，可知图不能“一笔画出”，也就是不存在不重复地通过所有七桥。

欧拉的这个考虑非常重要，也非常巧妙，它正表明了数学家处理实际问题的独特之处——把一个实际问题抽象成合适的“[数学模型](http://baike.baidu.com/view/76167.htm)”。这种研究方法就是“数学模型方法”。这并不需要运用多么深奥的理论，但想到这一点，却是解决难题的关键。

[](http://baike.baidu.com/picview/142962/142962/0/08b68e52f5f2ce4e0df3e336.html)

七桥问题

1736年，欧拉在交给[彼得堡科学院](http://baike.baidu.com/view/2335124.htm)的《哥尼斯堡7座桥》的论文

[](http://baike.baidu.com/picview/142962/142962/0/4d497006525ab63b03088135.html)

加里宁格勒地理

报 告中，阐述了他的解题方法。他的巧解，为后来的数学新分支——[拓扑学](http://baike.baidu.com/view/41881.htm)的建立奠定了基础。

七桥问题和[欧拉定理](http://baike.baidu.com/view/48903.htm)。欧拉通过对七桥问题的研究，不仅圆满地回答了哥尼斯堡居民提出的问题，而且得到并证明了更为广泛的有关一笔画的三条结论，人们通常称之为 欧拉定理。对于一个[连通图](http://baike.baidu.com/view/3148644.htm)，通常把从某结点出发一笔画成所经过的路线叫做欧拉路。人们又通常把一笔画成回到出发点的欧拉路叫做[欧拉回路](http://baike.baidu.com/view/566040.htm)。具有[欧拉回路](http://baike.baidu.com/view/566040.htm)的图叫做[欧拉图](http://baike.baidu.com/view/143349.htm)。

此题被人教版小学数学第十二册书收录.在95页。

此题也被人教版初中第一册收录．在121页。

一笔画：■⒈凡是由偶点组成的连通图，一定可以一笔画成。画时可以把任一偶点为起点，最后一定能以这个点为终点画完此图。

■⒉凡是只有两个奇点的连通图（其余都为偶点），一定可以一笔画成。画时必须把一个奇点为起点，另一个奇点终点。

■⒊其他情况的图都不能一笔画出。(奇点数除以二便可算出此图需几笔画成。)